

第2讲 等积变换

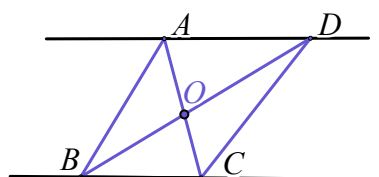
一、等积变换

等积变换的基本原理：

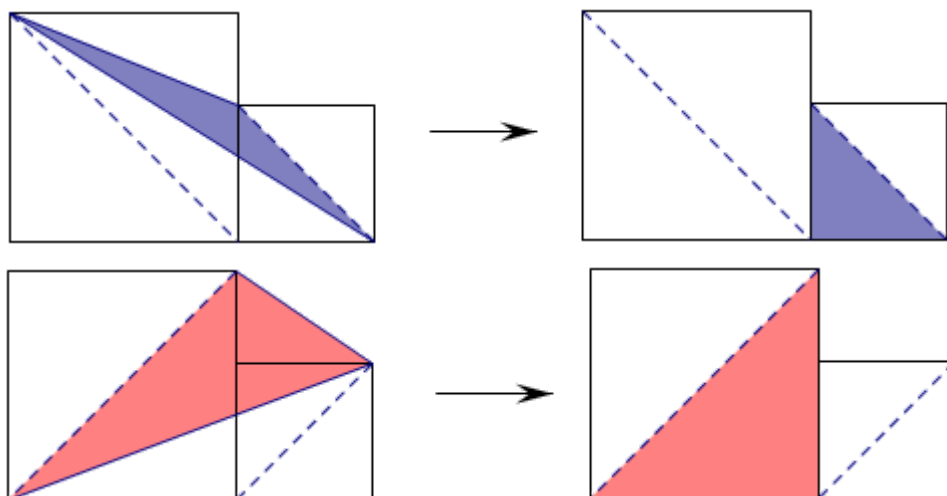
①_____.

②_____.

 等积变换应用



图中面积相等的三角形为：_____、_____



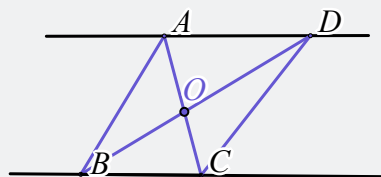
【教法备注】

等积变换的基本原理：

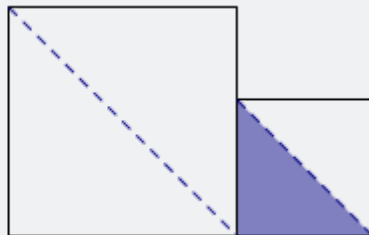
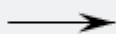
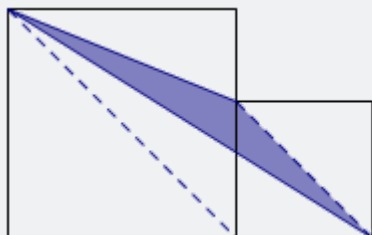
①平行线间的距离处处相等

②等底等高的两个三角形面积相等

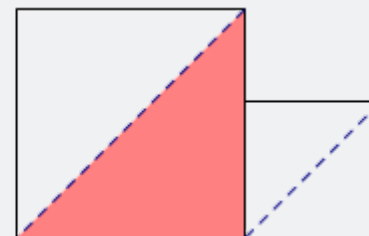
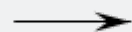
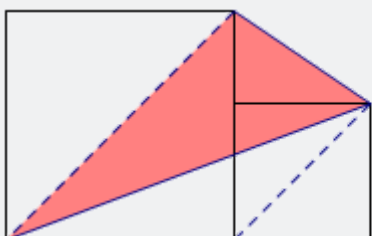
等积变换应用：



$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD}, S_{\triangle BOA} = S_{\triangle CDO}$$



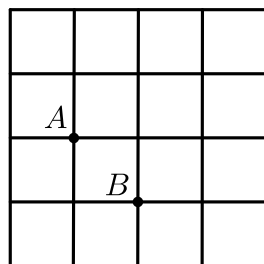
$$\text{左图阴影部分的面积} = \frac{1}{2} S_{\text{小正方形}}$$



$$\text{左图阴影部分的面积} = \frac{1}{2} S_{\text{大正方形}}$$

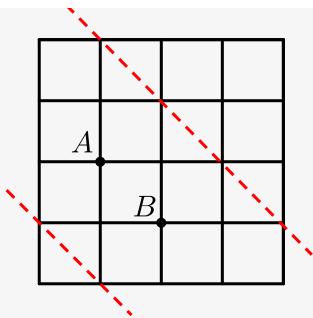
例题1

1. 如图，每个小正方形边长为1．在图中找一个C点（在网格上），使得 $\triangle ABC$ 面积为1，这样的C点有多少个？



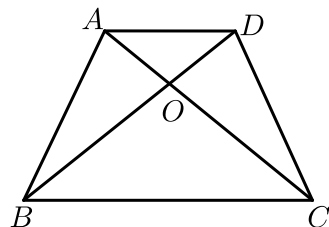
【答案】 6个．

【解析】 找出一个面积为1的三角形（两个等腰直角三角形即可），然后过所用点，做AB所在线段的平行线，根据等积变形，平行线上的网格点都可以．如图，两条平行线上，共有6个点，因此满足条件C点有6个．



【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

2. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， AC 与 BD 相交于点 O 。



- (1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的面积相等吗？为什么？
- (2) 若 $S_{\triangle AOB} = 21\text{cm}^2$ ，求 $S_{\triangle COD}$ 。
- (3) 若 $S_{\triangle AOD} = 10\text{cm}^2$ ，且 $BO : OD = 2 : 1$ ，求 $S_{\triangle ABD}$ 。

【答案】(1) 相等。证明见解析。

(2) $S_{\triangle COD} = 21\text{cm}^2$ 。

(3) $S_{\triangle ABD} = 30\text{cm}^2$ 。

【解析】(1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的面积相等，理由是：

$$\because AD \parallel BC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 的边 BC 上的高和 $\triangle DBC$ 的边 BC 上的高相等，设此高为 h ，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积是 $\frac{1}{2}BC \times h$ ， $\triangle DBC$ 的面积是 $\frac{1}{2} \times BC \times h$ ，

$$\because BC = BC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的面积相等。

$$(2) \because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DBC},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} - S_{\triangle OBC} = S_{\triangle DBC} - S_{\triangle OBC},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COD} = 21\text{cm}^2,$$

$$\text{即 } S_{\triangle COD} = 21\text{cm}^2.$$

$$(3) \because BO : OD = 2 : 1,$$

$$\therefore BD = 3OD,$$

$\therefore \triangle AOD$ 的边 OD 上的高和 $\triangle ABD$ 的边 BD 上的高相等，

设此高为 a ，

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times OD \times a = 10\text{cm}^2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times BD \times a$$

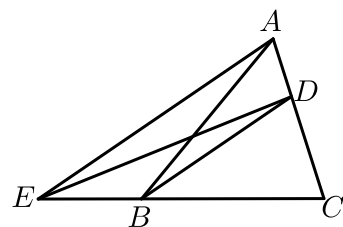
$$= \frac{1}{2} \times 3OD \times a$$

$$= 3 \times 10\text{cm}^2$$

$$= 30\text{cm}^2.$$

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

3. 如图， $\triangle ABC$ 的面积为6， D 为 AC 边上一点， $AD = \frac{1}{2}CD$ ，连接 BD ，过点 A 作 DB 的平行线交 CB 的延长线于点 E ，连接 DE ，求 $\triangle EDB$ 的面积。



【答案】 2 .

【解析】 $\because AE \parallel BD$ ，

$\therefore \triangle EBD$ 面积等于 $\triangle ABD$ 面积，

$\because AD : CD = 1 : 2$ ，

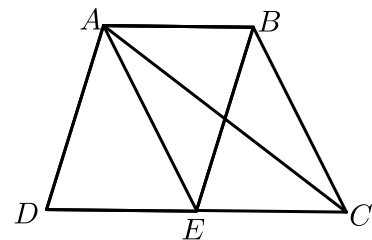
$\therefore \triangle ABD$ 面积等于 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{3}$ ，等于2，

$\therefore$ 所求三角形面积等于2 .

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

练习1

4. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $CD = 2AB$ ， $CE = DE$ ，已知 $\triangle ABC$ 的面积为4，那么梯形 $ABCD$ 的面积为 _____ .



【答案】 12

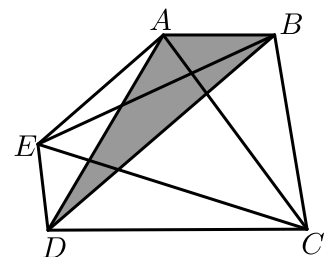
【解析】 由题意可知， $AB = CE = DE$ ，且平行线间距离处处相等，

$$\text{故 } S_{\text{梯形}ABCD} = 3S_{\triangle ABC} = 12.$$

故答案为：12.

【标注】 【知识点】 等积变换与“平行线”有关

5. 如图， $AB \parallel DC$ ， $ED \parallel BC$ ， $AE \parallel BD$ ，那么图中与 $\triangle ABD$ 面积相等的三角形有（ ）.



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 C

【解析】 $\because AE \parallel BD$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BDE}，$$

$\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle EDC}，\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle EDC}，$$

$\because AB \parallel CD$ ，

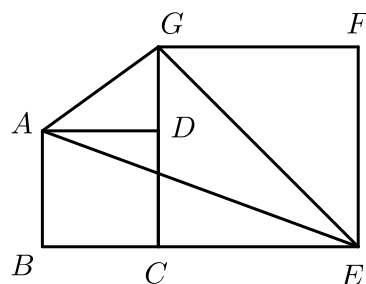
$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABC}，$$

$\therefore$ 与 $\triangle ABD$ 面积相等的三角形有3个，

故选：C.

【标注】 【知识点】 等积变换与“平行线”有关

6. 已知，正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，正方形 $CEFG$ 的边长为 b ，且点 B 、 C 、 E 在一条直线上．连接 AG 、 GE 、 AE ，求 $S_{\triangle AGE}$ ．



【答案】 $\frac{1}{2}b^2$.

【解析】 方法一：用“等积变换”方法．

如图，连接 AC ，易证 $AC \parallel GE$ ．

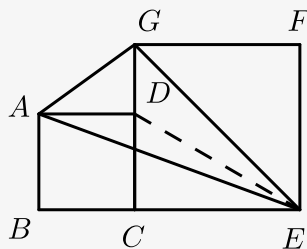
根据“平行线间的距离处处相等”可知 $\triangle AGE$ 和 $\triangle CGE$ 同底（ GE ）等高，

$$\therefore S_{\triangle AGE} = S_{\triangle CGE} = \frac{1}{2}b^2 .$$

方法二：如图，“补”成矩形 $BEFH$ ，得

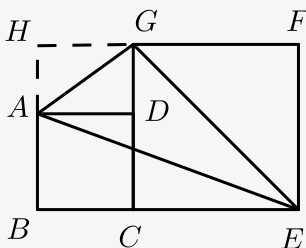
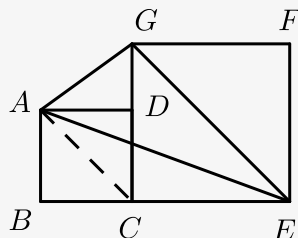
$$\begin{aligned} S_{\triangle AGE} &= S_{\text{矩形}BEFH} - S_{\triangle ABE} - S_{\triangle EFG} - S_{\triangle AHG} \\ &= b(a+b) - \frac{1}{2}a(a+b) - \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a(b-a) \\ &= \frac{1}{2}b^2 . \end{aligned}$$

方法三：如图，连接 DE ，把 $\triangle AGE$ “割”成三部分，得



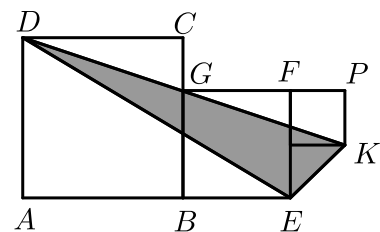
$$\begin{aligned} S_{\triangle AGE} &= S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DEG} + S_{\triangle ADG} \\ &= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b \cdot (b-a) + \frac{1}{2}a(b-a) \\ &= \frac{1}{2}b^2 . \end{aligned}$$

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关



练习2

7. 如图，有三个正方形的顶点 D 、 G 、 K 恰好在同一条直线上，其中正方形 $GFEB$ 的边长为 10cm ，则阴影部分的面积为 _____ ．



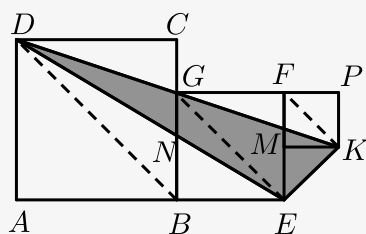
【答案】 100cm^2

【解析】 连接 DB 、 EG 、 FK ，如图，则 $DB \parallel GE \parallel FK$ ，可得 $S_{\triangle EGD} = S_{\triangle EGB}$ ，

$$S_{\triangle EGK} = S_{\triangle EGF}，$$

$$\therefore S_{\triangle EGD} + S_{\triangle EGK} = S_{\triangle EGB} + S_{\triangle EGF}，$$

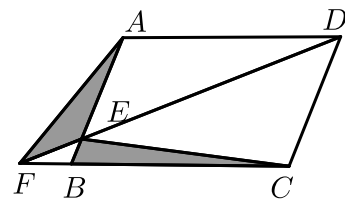
$$\therefore S_{\text{阴影}} = 10 \times 10 = 100(\text{cm}^2)。$$



【标注】 【知识点】 等积变换与“平行线”有关

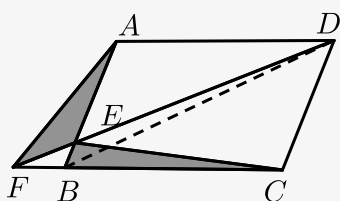
|| 例题3

8. 如图，已知点 B 在线段 CF 上， $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，则 $S_{\triangle AEF}$ 与 $S_{\triangle BCE}$ 的大小关系是 _____。



【答案】 相等(或 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BCE}$)

【解析】 如图，连接 BD ，



$$\because AD \parallel BC，S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BDF}，$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BDE}，$$

又 $\because AB//CD$,

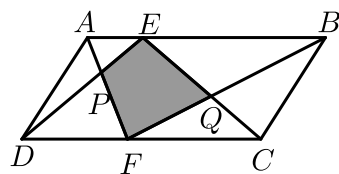
$$\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle BCE},$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = S_{\triangle BCE}.$$

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

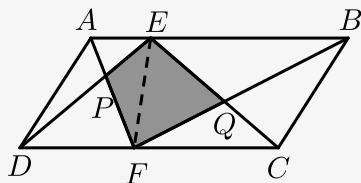
练习3

9. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB//CD$, E, F 分别是 AB, DC 边上的点, AF 与 DE 相交于 P , BF 与 CE 相交于点 Q , 若 $S_{\triangle APD} = 16$, $S_{\triangle BQC} = 25$, 则图中阴影部分的面积为 _____.



【答案】41

【解析】连接 EF ,



$\because AB//CD$,

$$\therefore S_{\triangle AED} = S_{\triangle AEF} \text{ (同底等高)},$$

$$\therefore S_{\triangle AED} - S_{\triangle AEP} = S_{\triangle AEF} - S_{\triangle AEP},$$

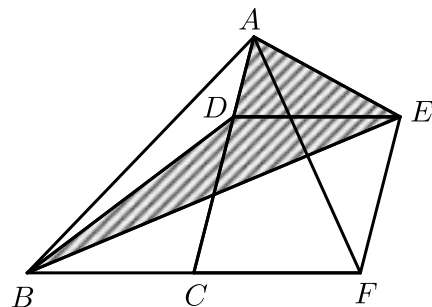
$$\text{即 } S_{\triangle ADP} = S_{\triangle EFP} = 16,$$

$$\text{同理: } S_{\triangle EQF} = S_{\triangle BQC} = 25,$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle EFP} + S_{\triangle EQF} = 41.$$

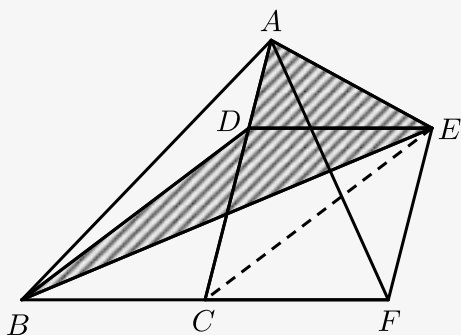
【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

10. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为24, 点 D 在线段 AC 上, 点 F 在线段 BC 的延长线上, 且 $BF = 2CF$, $EF//AC$, $DE//CF$, 则图中阴影部分的面积为 _____.



【答案】 24

【解析】 如图



$$\because S_{\triangle ABC} = 24, BF = 2CF,$$

$$\therefore S_{\triangle ACF} = S_{\triangle ABC} = 24,$$

$$\because EF \parallel AC,$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = S_{\triangle ACF} = 24,$$

$$\because DE \parallel CF,$$

$$\therefore S_{\triangle DEB} = S_{\triangle DEC},$$

$$\therefore S = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DEC} = S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACF} = 24.$$

【标注】 【知识点】 等积变换与“平行线”有关

二、平分面积

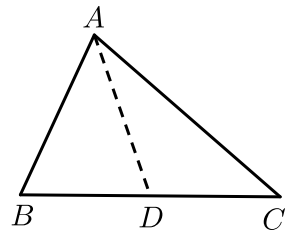
【教法备注】

平分面积这部分，需要利用三角形的中线构造平行线，利用等积变换进行转化

|| 例题4

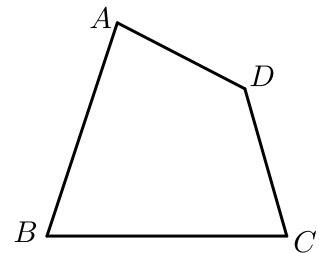
11. 已知：在三角形ABC中，若要过顶点A画一条直线平分三角形ABC的面积，只需取BC边的中点D，直线AD即为所求。因为此时三角形ABD和三角形ACD底边相等，

高相同，如下图所示：



利用以上结论，解决下面问题：

如下图，张大爷家有一块四边形菜地，在A处有一口井．张大爷预想从A处引一条笔直的水渠，且这条笔直的水渠将四边形菜地分成面积相等的两部分．请你为张大爷设计一种引水渠的方案，画出图形并说明理由．



【答案】 证明见解析．

【解析】 连接AC，过D作AC的平行线交BC的延长线于E，

取BE的中点F，连接AF，

则AF即为所引水渠，

连接AE，

∵

$DE \parallel AC$

,

∴

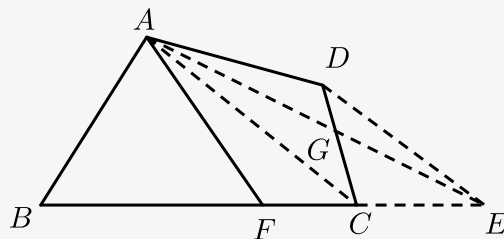
$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ACE}$ ，

∴ $S_{\triangle CEG} = S_{\triangle ADG}$ ，

∴ $S_{ABCD} = S_{\triangle ABE}$ ，

∵ F是BE的中点，

∴ $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle AFC}$ ．



【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

12. 操作与实践：

(1) 如图3, 点 M 在 $\triangle ABC$ 的边上, 过点 M 画一条平分三角形面积的直线.

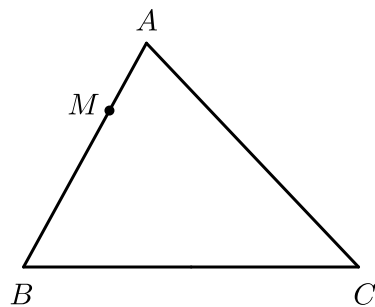


图 3

【答案】(1) 画图见解析.

【解析】(1) 如图6,

作中线 AD , 连接 MD ,

然后过 A 点作 MD 的平行线交 BC 于 N , 则直线 MN 即为所求.

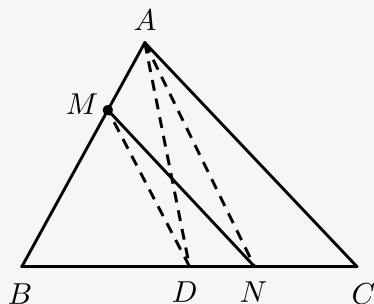
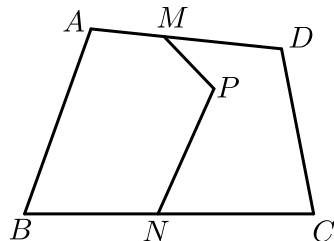


图 6

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

练习4

13. 如图, 欲将一块四边形 $ABCD$ 耕地中间的一条折线段小路 MPN 改为过点 M 的直路 ME , 但不能改变原来折线小路两边的耕地面积的大小, 应如何作图? (简述作法, 保留作图痕迹)



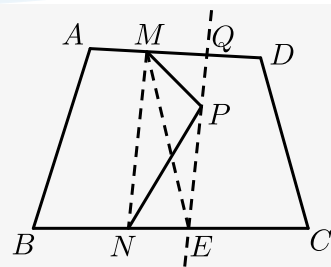
【答案】作图见解析.

【解析】连接 MN , 过 P 作 $QE \parallel MN$ 交 AD 于点 Q , 交 BC 于点 E , 连接 ME , ME 即为所求.

理由如下： $\because QE \parallel MN$ ，

$$\therefore S_{\triangle MPN} = S_{\triangle MEN}，$$

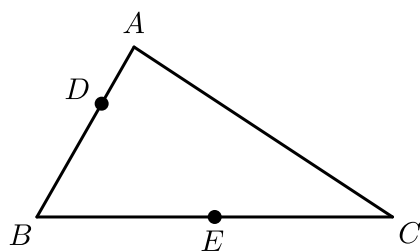
$\therefore$ 四边形 $ABEM$ 的面积 = 四边形 $DCEM$ 的面积。



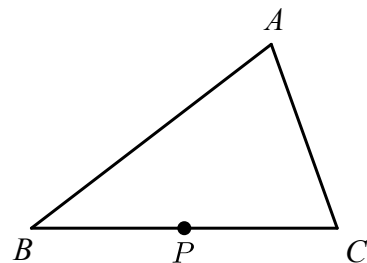
【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

14. 请回答下列问题：

- (1) 如图所示， D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点，且 $AD < BD$ ， E 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中点，能否过点 D 作一条直线把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分。



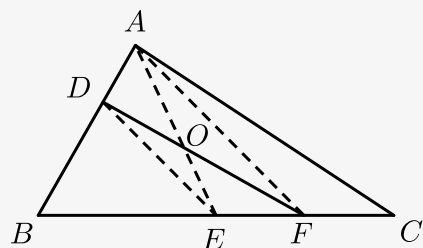
- (2) 如图所示， P 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点，求作：过点 P 作两条直线，将 $\triangle ABC$ 的面积三等分。



【答案】 (1) 能。

(2) 画图见解析。

【解析】 (1) 连结 AE ， DE ，作 $AF \parallel DE$ 交线段 BC 于 F ，连接 DF ，



$$\because BE = CE，$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}，$$

又 $\because AF \parallel DE$,

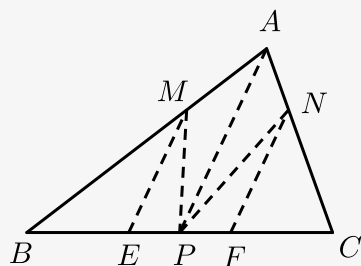
$$\therefore S_{\triangle ADO} = S_{\triangle EFO},$$

$$\therefore S_{\triangle BDF} = S_{BDOE} + S_{\triangle OEF} = S_{BDOE} + S_{\triangle AOD} = S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$$

(或 $S_{\triangle BDF} = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle ADO} + S_{\triangle EFO} = S_{\triangle ACE} - S_{\triangle EFO} + S_{\triangle ADO}$),

即 DF 把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分.

- (2) 取 BC 的三等分点 E 、 F , 过 E 、 F 分别作 AP 的平行线, 若点 P 在 E 、 F 之间, 则平行线交 AB 于 M , 交 AC 于 N ,
如图所示, 直线 PM 、 PN 即为所求,



$\therefore EM \parallel AP$,

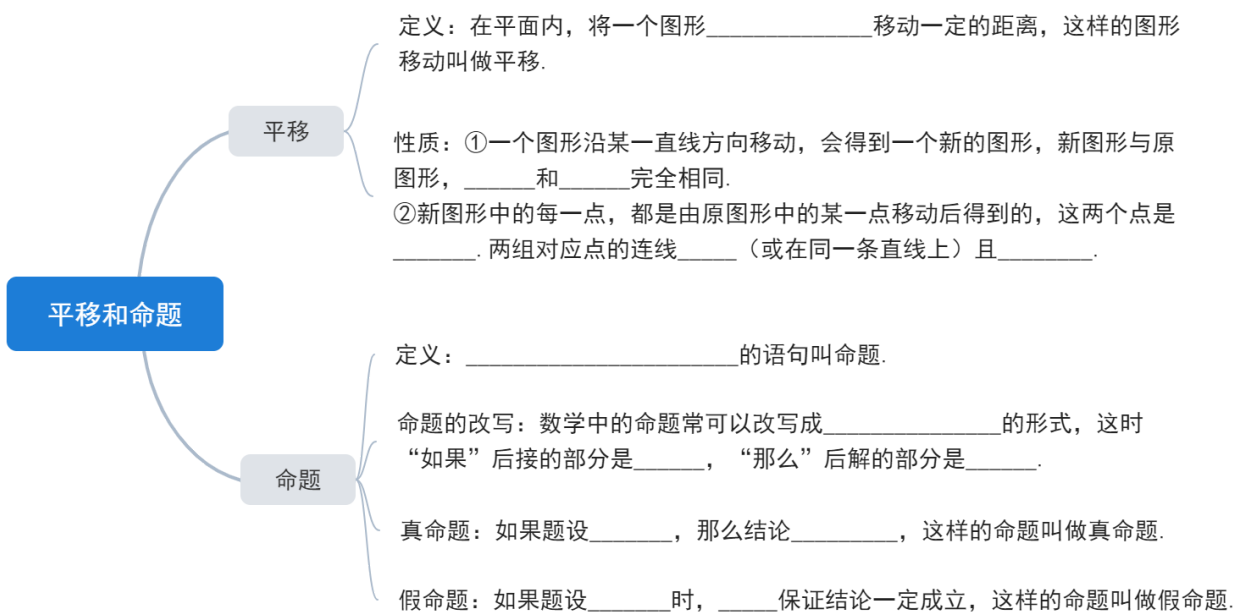
$$\therefore S_{\triangle AME} = S_{\triangle PME},$$

$$\text{即 } S_{\triangle BMP} = S_{\triangle ABE} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$$

$$= S_{\triangle PNC} = S_{\triangle MPN}.$$

【标注】【知识点】等积变换与“平行线”有关

三、 平移和命题



【教法备注】

1、平移

（1）平移的定义：

在平面内，将一个图形沿某一方向移动一定的距离，这样的图形移动叫做平移。

（2）平移的性质：

①一个图形沿某一直线方向移动，会得到一个新的图形，新图形与原图形，形状和大小完全相同。

②新图形中的每一点，都是由原图形中的某一点移动后得到的，这两个点是对应点。两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等。

2.命题

（1）命题的定义：判断一件事情的语句叫命题。

（2）命题的改写：数学中的命题常可以改写成“如果……那么……”的形式，这是“如果”后接的部分是题设，“那么”后接的部分是结论。如：命题“对顶角相等”可写为“如果两个角是对顶角，那么这两个角相等”。

（3）真命题：如果题设成立，那么结论一定成立，这样的命题叫做真命题。

如：“如果两个角是对顶角，那么这两个角相等”是真命题。

（4）假命题：如果题设成立时，不能保证结论一定成立，这样的命题叫做假命题。

如：“如果两个角互补，那么它们是邻补角”是一个假命题。



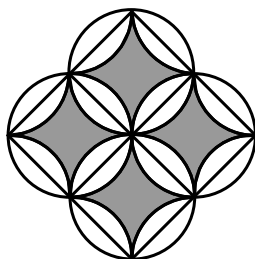
平移



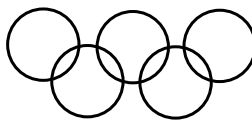
例题5

15. 下列图形中不是由平移设计的是（ ）.

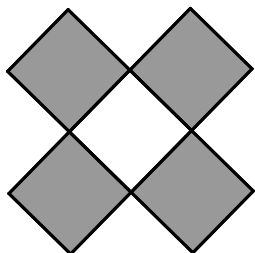
A.



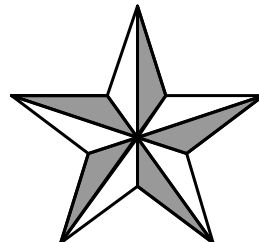
B.



C.



D.

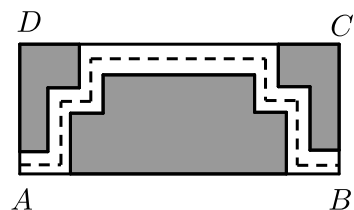


【答案】 D

【解析】 选项D为旋转设计.

【标注】【知识点】平移构造特殊图形

16. 如图是某公园里一处矩形风景欣赏区 $ABCD$, 长 $AB = 50$ 米, 宽 $BC = 25$ 米, 为方便游人观赏, 公园特意修建了如图所示的小路(图中非阴影部分), 小路的宽均为1米, 那小明沿着小路的中间, 从出口A到出口B所走的路线(图中虚线)长为().



A. 100米

B. 99米

C. 98米

D. 74米

【答案】 C

【解析】 利用已知可以得出此图形可以分为横向与纵向分析, 横向距离等于 AB , 纵向距离等于 $(AD - 1) \times 2$,

图是某公园里一处矩形风景欣赏区 $ABCD$, 长 $AB = 50$ 米, 宽 $BC = 25$ 米, 为
 $50 + (25 - 1) \times 2 = 98$ 米.

故选C.

【标注】【知识点】平移的性质

练习5

17. 以下现象属于平移的是 _____ .

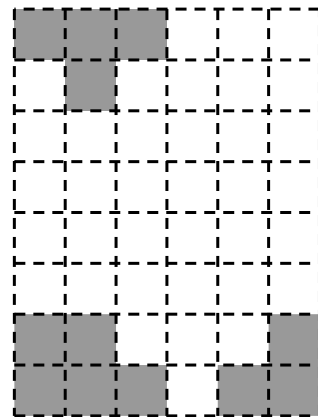
- ①温度计中，液柱的上升与下降
- ②打气筒打气时，活塞的运动
- ③钟摆的摆动
- ④传送带上瓶装饮料的移动
- ⑤飞机起飞前在跑道上加速滑行
- ⑥汽车在笔直的公路上行驶
- ⑦游乐场的过山车在翻筋斗
- ⑧起重机将重物由地面竖直吊起到一定高度

【答案】 ②④⑤⑥⑧

【解析】 ②④⑤⑥⑧

【标注】【知识点】平移作图

18. 如图，在俄罗斯方块游戏中，已拼成的图案如图所示，现又出现一小方块拼图向下运动，为了使所有图案消失，你必须（ ）.



- A. 向右平移1格
- B. 向左平移1格
- C. 向右平移2格
- D. 向右平移3格

【答案】 C

【解析】 上面图案的最右边需要向右平移2格才能与下面所缺图案的最右边在一条直线上.

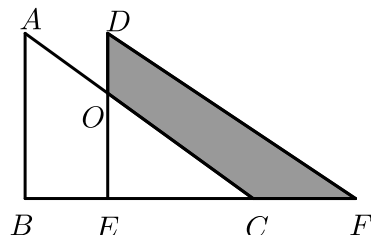
且这小方块于下方空缺部分形状一致.

故答案为：C.

【标注】【知识点】平移作图

|| 例题6

19. 如图，两个完全一样的直角三角形重叠在一起，将其中一个三角形沿着点 B 到点 C 的方向平移到三角形 DEF 的位置． $AB = 10$ ， $DO = 4$ ，平移距离为6，则阴影部分的面积为（ ）．



- A. 96 B. 84 C. 48 D. 42

【答案】C

【解析】根据图形平移的特征可知，平移后图形的形状和大小都不变，

所以 $DE = AB = 10$ ， $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF}$ ，

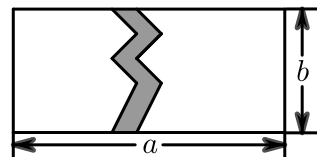
所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{四边形}OABE}$ ，

因为 $DO = 4$ ，所以 $OE = DE - DO = 10 - 4 = 6$ ，

阴影部分的面积为 $S = S_{\text{四边形}OABE} = \frac{1}{2}(AB + OE) \times BE = \frac{1}{2} \times (10 + 6) \times 6 = 48$ ．

【标注】【知识点】平移作图

20. 如图，在一块长为 a 米，宽为 b 米的长方形草地上，有一条弯曲的小路，小路的左边线向右平移1m就是它的右边线．则这块草地的绿地面积是（ ）平方米．



- A. ab B. $a(b - 1)$ C. $b(a - 1)$ D. $(a - 1)(b - 1)$

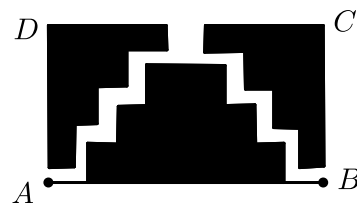
【答案】C

【解析】小路的左边线向右平移1m就是它的右边线，
路的宽度是1米，

绿地的长是 $(a - 1)$ 米，
 绿地的面积是 $(a - 1)b$ 。
 故选C。

【标注】【知识点】平移构造特殊图形

21. 如图是一块长方形场地的示意图，长 AB 为102m，宽 AD 为51m， A 、 B 两处入口的路宽都为1m，两条小路汇合处的路宽为2m，则其余部分种植草坪的面积为（ ）。



- A. 5050m^2 B. 4900m^2 C. 5000m^2 D. 499m^2

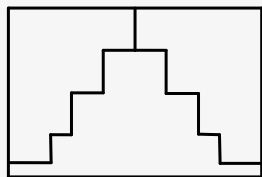
【答案】C

【解析】此题应用平移的知识，

将左上和右上的两块草坪向中间平移1m，再向下平移1m，

构成的矩形为草坪的面积： $(102 - 2) \times (51 - 1) = 5000\text{m}^2$ 。

平移如图：

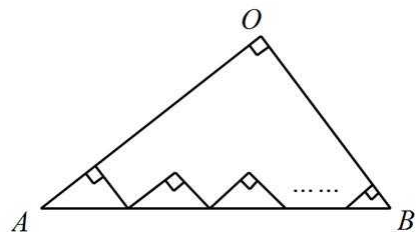


故选C。

【标注】【知识点】平移构造特殊图形

练习6

22. 如图，直角三角形 AOB 的周长为100，在其内部有 n 个小直角三角形，则 n 个小直角三角形的周长之和为 _____。



【答案】 100

【解析】 如图所示：过小直角三角形的直角定点作 AO ， BO 的平行线，
所得四边形都是矩形．

则小直角三角形的与 AO 平行的边的和等于 AO ，与 BO 平行的边的和等于 BO ．

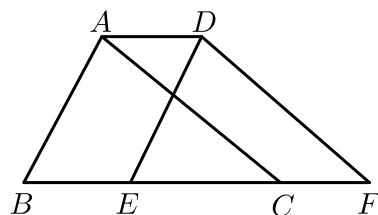
因此小直角三角形的周长等于直角 $\triangle ABC$ 的周长．

故这 n 个小直角三角形的周长为100．

故答案为：100．

【标注】 【知识点】 平移构造特殊图形

23. 如图，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移1个单位得到 $\triangle DEF$ ，若 $\triangle ABC$ 的周长等10cm，则四边形 $ABFD$ 的周长等于 _____ cm．



【答案】 12

【解析】 $\because AB + AC + BC = 10$ ，

且 $AD = BE = CF = 1$ ， $DF = AC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 的周长 $= AB + BF + DF + AD$

$= AB + BF + AC + AD$

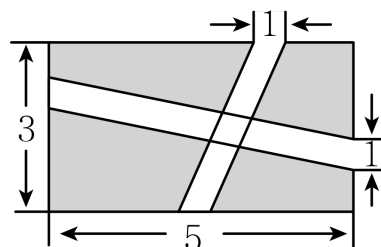
$= AB + BC + CF + AC + AD$

$= (AB + AC + BC) + CF + AD$

$= 10 + 2 = 12$ ．

【标注】 【知识点】 平移构造特殊图形

24. 根据图中数据可求阴影部分的面积和为 () .



A. 12

B. 10

C. 8

D. 7

【答案】 C

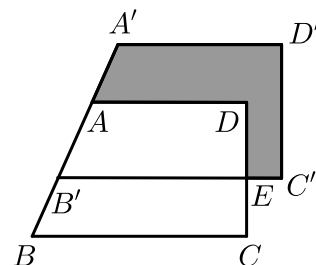
【解析】 由图可知，阴影部分的面积 $= (3 - 1) \times (5 - 1) = 8$.

故选：C .

【标注】 【知识点】矩形的周长与面积

25. 如图，把直角梯形 $ABCD$ 沿 BA 方向平移得到梯形 $A'B'C'D'$ ， CD 与 $B'C'$ 相交于点 E ，

$BC = 20\text{cm}$ ， $EC = 5\text{cm}$ ， $EC' = 4\text{cm}$ ，图中阴影部分的面积是 _____ cm^2 .



【答案】 90

【解析】 $\because S_{A'B'C'D'} = S_{ABCD}$ ，

$\therefore S_{A'B'C'D'} - S_{AB'ED} = S_{\triangle ABCD} - S_{AB'ED}$.

即 $S_{\text{阴}} = S_{B'EBC}$.

$\because B'C' = BC$ 且 $EC' = 4\text{cm}$ ，

$\therefore B'E = 16\text{cm}$ ，

$$\begin{aligned} \therefore S_{B'EBC} &= \frac{(B'E + BC) \times EC}{2} \\ &= \frac{(16 + 20) \times 5}{2} \\ &= 90 . \end{aligned}$$

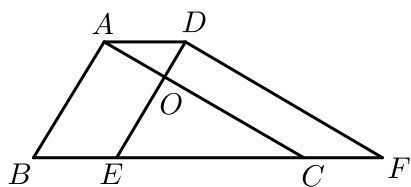
【标注】 【知识点】平移作图

例题7

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 向右平移两个单位得到 $\triangle DEF$, 连接 AD , 则下列结论:

- ① $AC \parallel DF$, $AC = DF$
- ② $ED \perp DF$
- ③ 四边形 $ABFD$ 的周长是16
- ④ $S_{\text{四边形}ABEO} = S_{\text{四边形}CFDO}$

其中结论正确的个数有().



- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

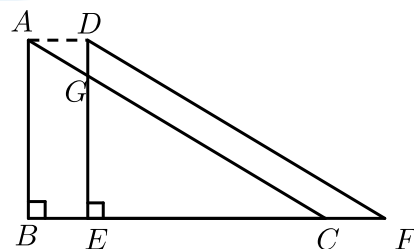
【答案】D

【解析】根据平移的性质, 对应边平行且相等, 对应角相等, 所以 $AC \parallel DF$, $AC = DF$, $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$, 所以 $ED \perp DF$, 由于是将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 向右平移两个单位得到 $\triangle DEF$, 所以 $AD = BE = CF = 2$, 所以可以计算得到四边形 $ABFD$ 的周长是16, 由于平移前后三角形面积相等, 即 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF}$, 所以 $S_{\triangle ABC} - S_{\triangle OEC} = S_{\triangle DEF} - S_{\triangle OEC}$, 所以 $S_{\text{四边形}ABEO} = S_{\text{四边形}CFDO}$. 因此①②③④均正确. 故选D.

【标注】【知识点】平移的性质

练习7

27. 如图, 直角三角形 ABC 的直角边 $AB = 6$, $BC = 8$, 将直角三角形 ABC 沿边 BC 的方向平移到三角形 DEF 的位置, DE 交 AC 于点 G , $BE = 2$, 三角形 CEG 的面积为13.5, 下列结论: ①三角形 ABC 平移的距离是4; ② $EG = 4.5$; ③ $AD \parallel CF$; ④四边形 $ADFC$ 的面积为6, 其中正确的结论是_____.



【答案】 ②③

【解析】 直角三角形 ABC 的直角边 $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，将直角三角形 ABC 沿边 BC 的方向平移到三角形 DEF 的位置，

①三角形 ABC 平移的距离是2，故①错误；

② $\because \frac{GE}{AB} = \frac{EC}{BC}$ ，即 $\frac{GE}{6} = \frac{8-2}{8}$ ，

解得 $EG = 4.5$ ，故②正确．

③ $AD \parallel CF$ ，故③正确；

④四边形 $ADFC$ 的面积 $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 - 13.5 = 10.5$ ，故④错误；

故答案为：②③．

【标注】 【知识点】 平移构造特殊图形

命题

例题8

28. 将命题改写成“如果……，那么……”的形式，等角的余角相等 _____ ．

【答案】 如果两个角相等，那么它们的余角也相等

【解析】 如果两个角相等，那么它们的余角也相等．

【标注】 【知识点】 改写命题（如果…那么…）

29. 下列命题中，是真命题的是（ ）．

A. 两个锐角的和是锐角

B. 邻补角是互补的角

C. 同旁内角互补

D. 两条直线被第三条直线所截，内错角相等

【答案】 B

【解析】 A. 两个锐角的和是锐角，是假命题，两个角的和可以是锐角、直角或钝角，故本选项错误．
B. 邻补角是互补的角，是真命题，故本选项正确．
C. 同旁内角互补，是假命题，只有两平行直线被截所得到的同旁内角才互补，故本选项错误．
D. 两条直线被第三条直线所截，内错角相等，是假命题，这两条直线不一定是平行直线，故本选项错误．
故选：B．

【标注】【知识点】区分真假命题

练习8

30. 指出下列各命题的题设和结论，并改写为“如果……，那么……”的形式．

- ①对顶角相等
- ②内错角相等
- ③两直线平行，同旁内角互补
- ④两条平行线被第三条直线所截，同位角相等
- ⑤平行于同一直线的两直线平行
- ⑥等角的补角相等．

【答案】证明见解析．

【解析】 如果两个角是对顶角，那么两个角相等；
如果两个角是内错角，那么两个角相等；
如果两直线平行，那么同旁内角互补；
如果两条平行线被第三条直线所截，那么同位角相等；
如果两直线平行于同一直线，那么两直线平行；
如果两个角是等角的补角，那么这两个角相等；

【标注】【知识点】改写命题（如果…那么…）

31. 下列语句：①同一平面上，三条直线只有两个交点，则三条直线中必有两直线互相平行；②如果两条平行线被第三条直线所截，同旁内角相等，那么这两条平行线都与第三条直线垂直；③过一点有且只有一条直线与已知直线平行，其中（ ）．

- A. ①、②是真命题 B. ②、③是真命题 C. ①、③是真命题 D. 以上结论皆错

【答案】 A

【解析】 ①同一平面上，三条直线只有两个交点，则其中两条直线互相平行，正确；

②如果两条平行线被第三条截，同旁内角相等，那么这两条平行线都与第三条直线垂直，正确；

③过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，原命题错误．

故①，②是真命题，

故选A．

【标注】【知识点】平行线判定

32. 下列命题中，

①若 $|a| = b$ ，则 $a = b$ ；

②若直线 $l_1 // l_2$ ， $l_1 // l_3$ ，则 $l_2 // l_3$ ；

③同角的补角相等；

④同位角相等．

是真命题的有 _____（填序号）．

【答案】 ②③

【解析】 ①若 $|a| = b$ ，则 $a = \pm b$ ，故本选项错误；

②若直线 $l_1 // l_2$ ， $l_1 // l_3$ ，则 $l_2 // l_3$ ，根据平行于同一直线的两条直线平行，故此选项正确；

③同角的补角相等，正确；

④两直线需平行，同位角则相等，故本选项错误；

是真命题的有②③；

故答案为：②③．

【标注】【知识点】区分真假命题